

УДК 51(077)

**СТОЯЧИЕ ТЕПЛОВЫЕ ВОЛНЫ***Новиков А.А**Белорусский национальный технический университет*

Рассмотрим нестационарный точечный нагрев постоянной интенсивности (в последующем с периодическим охлаждением, с той же интенсивностью) тонкой, неограниченной пластины-плоскости. Двумерная по пространству модель процесса, в силу круговой симметрии описывается в полярных координатах уравнением (1)

$$\frac{\partial h(r,t)}{\partial t} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial h(r,t)}{\partial r} \right), \quad (1)$$

где  $h(r,t)$  – температура в момент времени  $t$  на расстоянии  $r$  от точки нагрева, располагаемой в начале координат,  $a$  – коэффициент теплопроводности деленный на удельную теплоемкость материала. Начальные и граничные условия:

$$h(r,0) = 0, \quad h(\infty, t) = 0, \quad \frac{\partial h(0,t)}{\partial r} = c, \quad (2)$$

где  $c$  – приведенная к температуропроводности интенсивность нагрева.

Задача (1)-(2) редуцируется к уравнению в полных производных при переходе к автомодельной переменной  $x = \frac{t}{r^2}$  (3)

$$\frac{dh(x)}{dx} = 4ax \frac{d}{dx} \left( x \frac{dh(x)}{dx} \right), \quad (4)$$

которое разрешимо в квадратурах:

$$h(x) = c \int_0^x \frac{\exp\left(\frac{-1}{4ax}\right)}{x} dx. \quad (5)$$

Дифференцируя (5) по  $t$  получаем пространственно-временное распределение скоростей изменения поля температур прогреваемой пластины:

$$\frac{\partial h(r,t)}{\partial t} = c \frac{\exp\left(\frac{-r^2}{4at}\right)}{t} \quad (6)$$

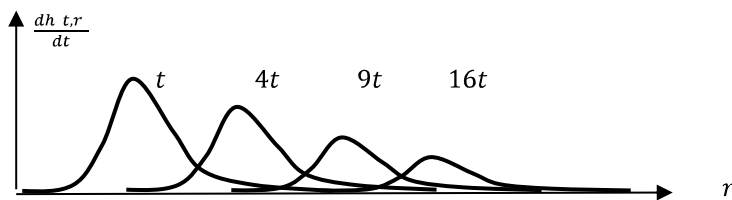


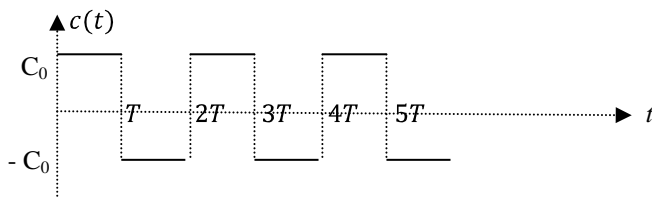
Рис.1. Пространственные профили скоростей прогрева (6) на различные моменты времени.

Характерной особенностью этого поля является наличие четко выраженного пика достижения максимальной скорости прогрева в каждой пространственной точке. Профили функции (6) приводятся на рис.1.

Максимальная скорость прогрева (охлаждения) реализуется при  $\frac{\partial^2 h(r,t)}{\partial t^2} = 0$ , т.е. в пространственно-временных точках связанных уравнением  $r^2 = 4at$ , или  $x = \frac{1}{4a}$ .

Интересно, что в момент прохождения пика волны скорости прогрева  $\frac{\partial h(r,t)}{\partial t} = \max$ , которая, разумеется, затухает, в этой точке поля наблюдается одно и тоже значение температуры, т.е.  $h(\frac{1}{4a}) = \text{const}$ .

Разумеется, уравнение (1), будучи уравнением математической физики параболического (переходного) типа, может порождать стоячие волновые движения только при наличии переменного внешнего воздействия. Так для периодического нагревания-охлаждения с одинаковой интенсивностью с периодом  $T$ , т.е. заменяя в (2)  $c = \text{const}$  на функцию  $c(t)$  вида:



получим на больших расстояниях и в пределе  $t \rightarrow \infty$  желаемый эффект: практически стационарный тип стоячих волн малой амплитуды.